

МБОУ «Сатинская СОШ» учитель математики Горбунова О.Е.

Конспект открытого урока математики в 11 классе

по теме:

«Производная и ее применение в заданиях ЕГЭ»

**Класс:** 11 класс

**Продолжительности урока:** 45 минут

**Тема:** Производная и ее применение в заданиях ЕГЭ.

**Цель урока:** Организовать деятельность учащихся, направленную на овладение системой математических знаний и умений по теме «Применение производной для исследования функций».

**Задачи урока:** - повторение сформированных умений и навыков, являющихся базисом знаний;

- использование при помощи производной аналитически устанавливать много важных свойств функции;
- использование необходимых и достаточных условий возрастания и убывания функции, экстремума функции;
- использование алгоритмов решения заданий с применением производной.

**Тип урока:** обобщения и систематизации знаний

**Методы работы на уроке:**

*по виду источника информации:* словесные (беседа на этапе самоопределения, при подготовке к активной познавательной деятельности)

-наглядные (на основном этапе)

-практические (решение заданий открытого банка ЕГЭ)

*по виду учебной деятельности:* самостоятельная

**Используемые технологии** (сотрудничество, самопроверка).

**Оборудование:** компьютер, экран, раздаточный материал.

**Учебник:** Ю.М. Колягин и др. Алгебра и начала математического анализа 11 кл.- М.: Просвещение, 2010

**Ожидаемый результат:** овладение решением заданий типа 7,12 ЕГЭ

Ход урока

### 1. Организационный момент – 2 минуты

Один учитель математики сказал: **«Неважно сколько ученик знает, но важно, чтобы у него была положительная производная».**

- Как вы понимаете это высказывание?

(Это означает важно, чтобы скорость приращения знаний у ученика была положительна – это залог того, что его знания возрастут).

- Скажите на данный момент у вас положительная производная?

- Вот мы изучали производную. Вы не задумывались над тем, а так ли это важно в жизни?

- Зачем она нужна?

- Где мы встречаемся с производной и используем её?

- Можно ли без неё обойтись в математике и не только?

**1 группа.** Производная функции используется всюду, где есть неравномерное протекание процесса: это и неравномерное механическое движение, и переменный ток, и химические реакции и радиоактивный распад вещества и т.д., так как механический смысл производной - это мгновенная скорость.

Производную применяют для исследования функции и построения ее графика, для нахождения наибольшего и наименьшего значений функции.

Слова «производная» и «произошло» имеют похожие части слова, да и смысл похож: производная происходит от исходной функции. Производная - часть математической науки, одно из её звеньев. Нет этого звена - прерваны связи между многими понятиями.

**2 группа** Человек в повседневной деятельности постоянно сталкивается с решением задач, которые могут быть полностью описаны с помощью функций на математическом языке, а между тем производная является мощным орудием исследования функций. При изучении тех или иных процессов и явлений часто возникает задача определения скорости этих процессов. Её решение приводит к понятию производной, являющемуся основным понятием дифференциального исчисления. Метод дифференциального связан с именами великих математиков И. Ньютона и Г.В. Лейбница. Ньютон пришёл к открытию дифференциального исчисления при решении задач о скорости движения материальной точки в данный момент времени (мгновенной скорости).

**3 группа.** На практике часто приходится решать так называемые задачи на оптимизацию (optimum-наилучший). Инженеры-технологи стараются так организовать производство, чтобы выпускалось как можно больше продукции; конструкторы пытаются разработать прибор для космического корабля так, чтобы масса прибора была наименьшей; экономисты стараются спланировать связи завода с источниками сырья так, чтобы транспортные расходы оказались минимальными и т.д.

## 2 Актуализация – 5-7 минут

1. Дать определение производной

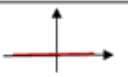
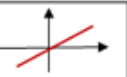
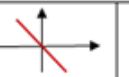


<p><u>Задача по физике</u> 1. Материальная точка движется по прямой так, что ее скорость в момент времени <math>t</math> равна <math>v(t) = t^3 - 2t</math>. Найдите ускорение точки в момент времени <math>t = 3</math>.</p>	<p><u>Задача по химии.</u> 3. Пусть количество вещества, вступившего в химическую реакцию задается зависимостью: <math>p(t) = t^2/2 + 3t - 3</math> (моль) Найти скорость химической реакции через 3 секунды.</p>
---	---

2. Заполнить пустые клетки:

Функция	Производная
$5x^4 - 4x^3 + 4$	
$8 + \sin^2 x$	
$7x^4 + \sqrt{x}$	
$tg3x$	
$e^x - \ln x^3$	

1 человек пишет производные на обратной стороне доски.

3. Даны функции и графики производных.  
Найдите пары “функция – график производной этой функции”.

$y \backslash y'$					
$y=3x-7$				*	
$y=7$	*				
$y=7-\frac{x^2}{3}$					*
$y=x^2-7$		*			
$y=-x^2+x$			*		

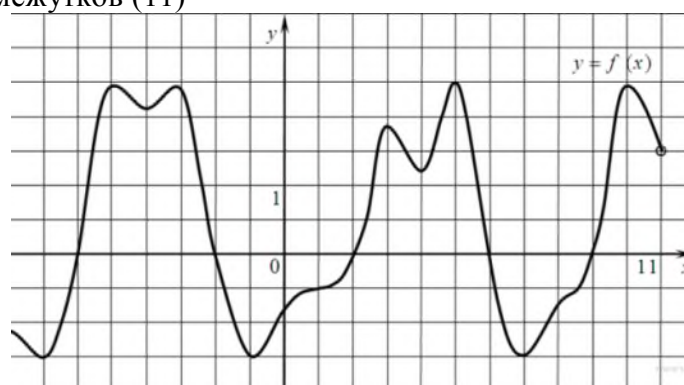
4. Завершите фразу: “Если на отрезке  $[a; b]$  производная ....., то на этом отрезке функция .....

Учитель: Мы еще раз убедились, что свойства функции и её график связаны с производной.

### 3. Работа над материалом урока – 20 минут

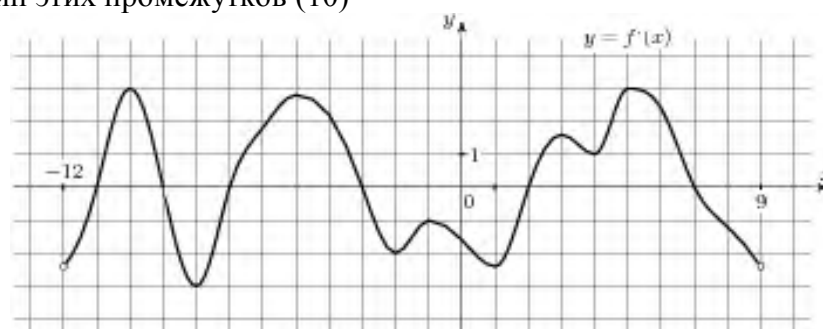
1.- Как монотонность функции связана с производной?

1) На графике функции найдите промежутки возрастания и в ответе укажите сумму длин этих промежутков (11)



Что за точки 1 вариант: -7;-5;-4;-3;-1; 3;4;5;7;10

2) На графике производной функции найдите промежутки убывания и в ответе укажите сумму длин этих промежутков (10)

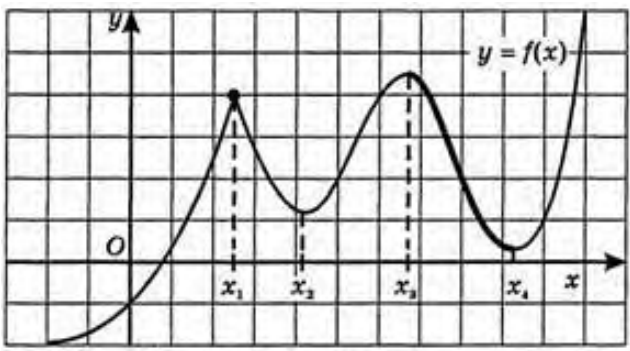
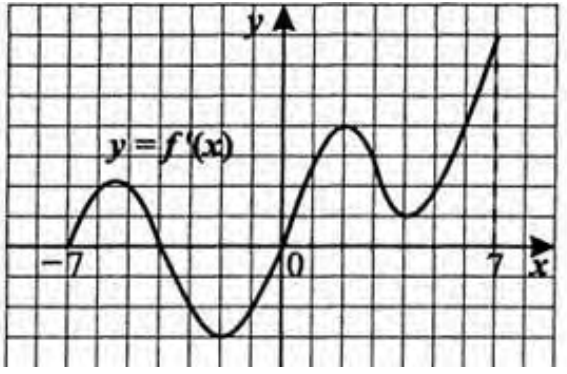


Что за точки 2 вариант: -11; -9; -7; -3; 2; 7

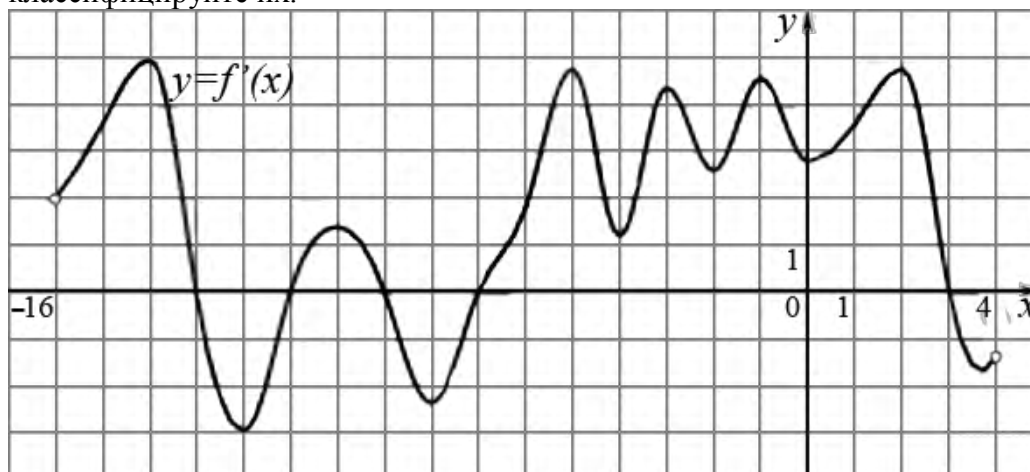
-Чему равна производная функции в этих точках?

2. Ответить на вопросы по графикам.

-Прежде, чем отвечать на вопросы на что надо сначала посмотреть?

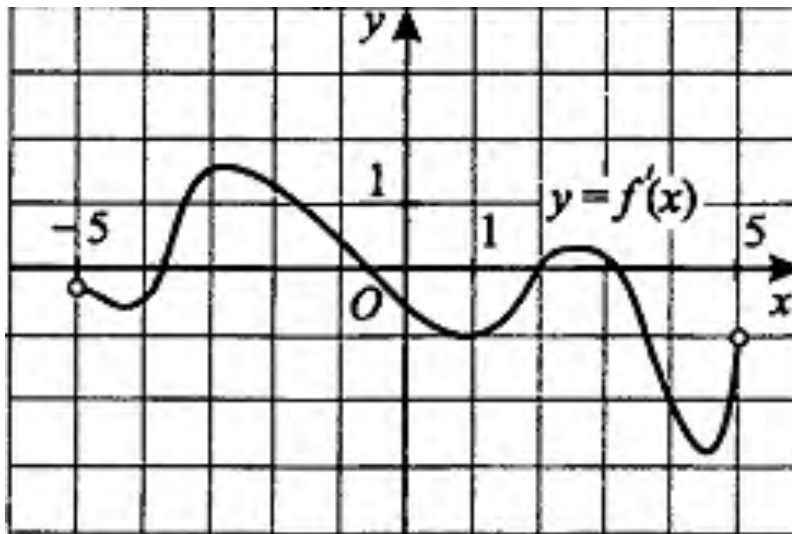
<p>1 вариант</p>		<p>№1. По графику функции <math>y=f(x)</math> ответьте на вопросы:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Сколько точек максимума имеет эта функция?</li> <li>2. Назовите точки минимума функции.</li> <li>3. Сколько промежутков возрастания у этой функции?</li> <li>4. Назовите наименьший из промежутков убывания этой функции.</li> </ol>
<p>2 вариант</p>		<p>№2. (Задание В8 ЕГЭ по математике) По графику функции <math>y=f'(x)</math> ответьте на вопросы:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Сколько точек максимума имеет эта функция?</li> <li>2. Назовите точки минимума функции.</li> <li>3. Сколько промежутков возрастания у этой функции?</li> <li>4. Найдите длину промежутка убывания этой функции.</li> </ol>

3. На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-16; 4)$ . Найдите количество точек экстремума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-14; 2]$ , классифицируйте их.



На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интерва-

ле  $(-5; 5)$ . Найдите количество точек экстремума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-3; 5]$ , классифицируйте их.



4. Вспомните алгоритм исследования функции на монотонность и нахождения точек экстремума.

1. Найти производную функции  $y=f(x)$ .
2. Найти стационарные и критические точки.
3. Отметить эти точки на числовой прямой и определить знаки производной на получившихся промежутках.
4. Сделать выводы о монотонности функции и о её точках экстремума.

5. Решить задачи:

А) Найти промежутки монотонности: 1)  $y = 2x - x^2$

2)  $y = x^3 - 3x$

Б) Найдите точку максимума функции  $y = 5 + 9x - \frac{x^3}{3}$ .

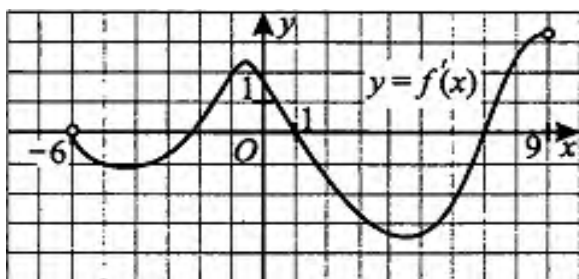
В) Найдите точку максимума функции  $y = 10\ln(x+9) - 10x + 1$ .

Г) Найдите точку минимума функции  $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x + 22$ .

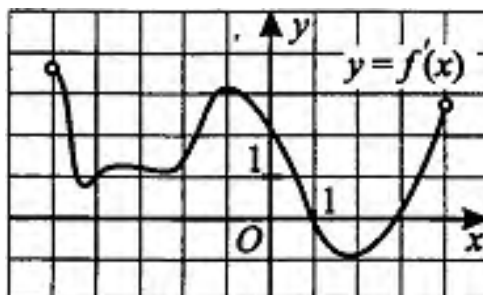
Итак, рассмотрев типовые задачи можно сказать, что нужно помнить для их решения? (нужно помнить о том, как связаны монотонность функции и ее производная).

5. 2 тип задач - на применение геометрического смысла производной  
 - В чем состоит геометрический смысл производной?

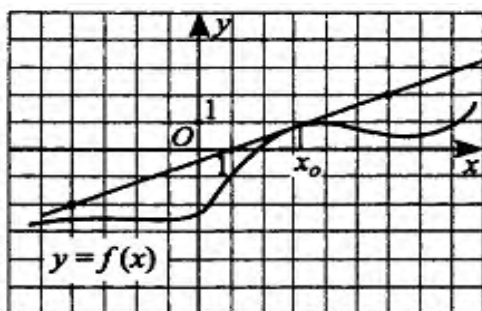
1. На рисунке изображен график производной. Исследуйте функцию  $y = f(x)$  на монотонность и в ответе укажите число точек, в которых касательные наклонены под углом  $45^\circ$  к положительному направлению оси  $Ox$ . (под углом  $135^\circ$ )



2. На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ . Найдите количество точек, в которых касательные к графику функции  $y = f(x)$  параллельны прямой  $y = 2x - 3$  или совпадают с ней.



6. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ .

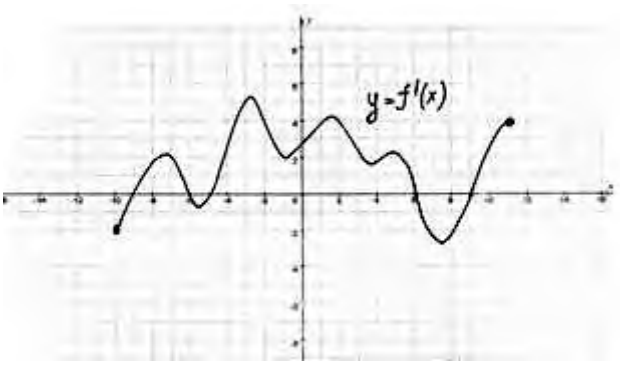
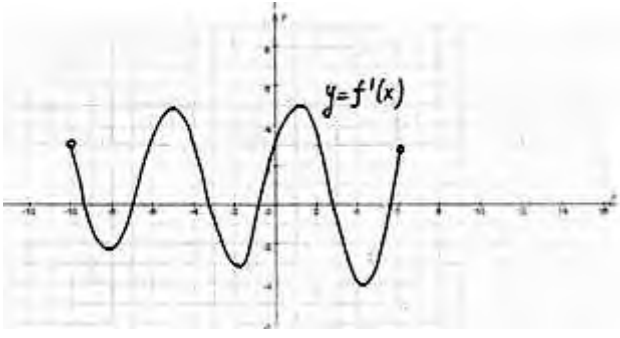
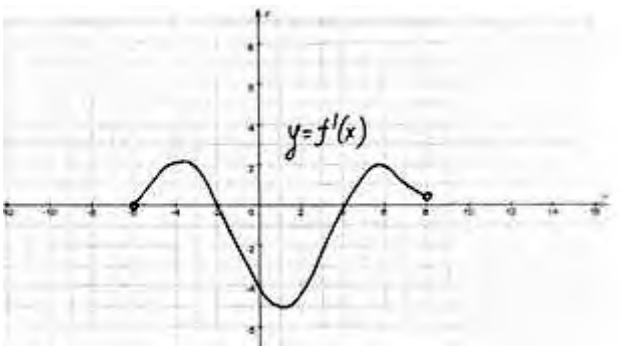
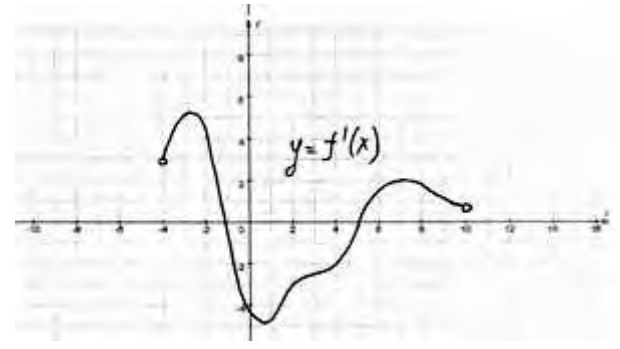


Значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  равно  $tga$  — угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику этой функции в данной точке. Чтобы найти угловой коэффициент, выберем две точки  $A$  и  $B$ , лежащие на касательной, абсциссы и ординаты которых — целые числа. Теперь определим модуль углового коэффициента. Для этого построим  $\triangle ABC$ . Важно помнить, что тангенс острого угла прямоугольного треугольника — это отношение

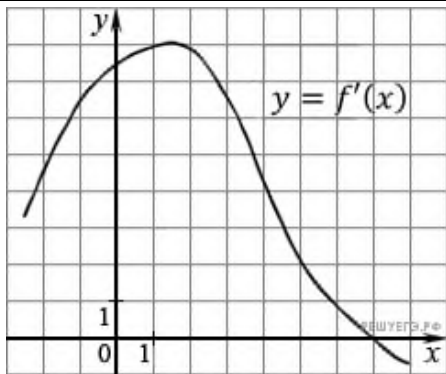
*Не сможете ли вы предложить другой способ решения данных задач?*

**4.Выполнение самостоятельной работы в виде теста с самопроверкой – 10 минут**

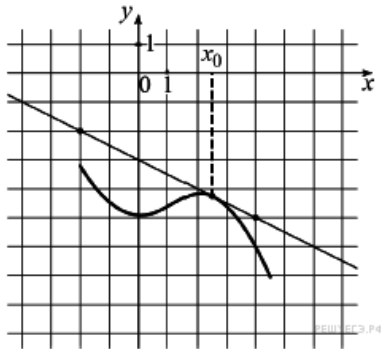
Тест

	<p>№1. Непрерывная функция <math>y=f(x)</math> задана на <math>[-10; 11]</math>. На рисунке изображён график её производной. Укажите количество промежутков возрастания функции.</p>
	<p>№2. Непрерывная функция <math>y=f(x)</math> задана на <math>(-10; 6)</math>. На рисунке изображён график её производной. Укажите количество точек графика этой функции, в которых касательная параллельна оси ОХ.</p>
	<p>№3. Непрерывная функция <math>y=f(x)</math> задана на <math>(-6; 8)</math>. На рисунке изображён график её производной. Укажите длину промежутка убывания этой функции.</p>
	<p>№4. Непрерывная функция <math>y=f(x)</math> задана на <math>(-4; 10)</math>. На рисунке изображён график её производной. Укажите число точек экстремума этой функции.</p>

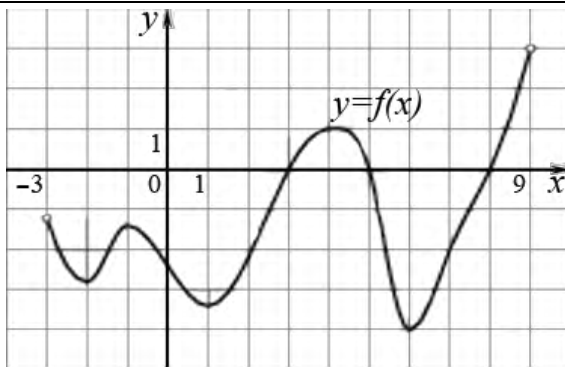




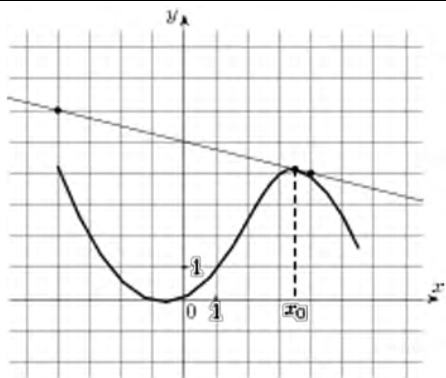
№ 5.  
На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ . Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику  $y = f(x)$  параллельна прямой  $y = 2x - 2$  или совпадает с ней.



№ 6.  
На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



№ 7. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-3; 9)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = 12$  или совпадает с ней.



№ 8.  
На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

№ 9. Найдите наименьшее значение функции  $y = x + \frac{36}{x}$  на отрезке  $[1; 9]$ .

Ответы

1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	6	6	2	1	-0,5	5	-0,25	12

Проверьте свои тесты, оцените свою работу, сделайте вывод о своих знаниях.  
Давайте вернемся к высказыванию , с которого мы начали урок.

**У кого из вас положительная производная сложилась на сегодняшнем уроке?**

- Все ли случаи применения производной мы рассмотрели?

### **5.Подведение итога рефлексия – 3 минуты**

Условные знаки для самодиагностики учащегося.

+ Отлично изучил тему.

+, – Есть пробелы, но я их решу самостоятельно.

–, + Были пробелы, но я их решил на уроке или с помощью одноклассников.

– Тема усвоена непрочно, нужна помощь учителя.

- Предложите тему на следующее занятие.